**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**
**«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Чебоксарский филиал РАНХиГС
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала)

УТВЕРЖДЕНО
И.о. директора
Чебоксарского филиала РАНХиГС
Ильина Л.Н.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

«Финансы и кредит»
*(наименование образовательной программы)*

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ, реализуемой без применения электронного (онлайн) курса

Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения»
*(код и наименование РПД)*

38.03.01 Экономика
*(код, наименование направления подготовки)*

Очная/очно-заочная
*(формы обучения)*

Год набора - 2023

Чебоксары, 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00E49A235532F725E4778E40177F039EE7
Владелец: Ильина Любовь Николаевна
Действителен: с 08.05.2026 до 01.08.2027

**Автор–составитель:**

старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»

Чабан А.Н.
*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н. Корищенко К.Н.
*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

**Чебоксарский филиал РАНХиГС**
**Автор–составитель:**
к.ф.-м.н., декан факультета «Управление и экономика» Ефимова Н.А.
*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой
экономики и менеджмента к.э.н., доцент Шигильчева С.А.
*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

РПД Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения» одобрена на заседании кафедры экономики и менеджмента

Протокол от 29 июня 2023 г. № 11.

С изменениями от 29 сентября 2023 г., Протокол №2

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы ..... 4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО ..... 4
3. Содержание и структура дисциплины ..... 5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся ..... 9
5.Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине ..... 15
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины ..... 18
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет 19
7.1. Основная литература ..... 19
7.2. Дополнительная литература ..... 20
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация ..... 20
7.4. Интернет-ресурсы ..... 20
7.5. Иные источники ..... 20
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы ..... 20

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

**1.1.** Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код компонента компетенции | Наименование компонента компетенции |
|---|---|---|---|
| ПКр ОС II – 1 | Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II –1.1.1 | Учится применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения. |

**1.2.** В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

| Код компонента компетенции | Результаты обучения (дескрипторы) |
|---|---|
| ПКр ОС II –1.1.1 | **на уровне знаний:** знает теоретические основы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и линейных разностных уравнений (ЛРУ) |
| | **на уровне умений:** умеет решать прикладные задачи с использованием ОДУ и ЛРУ |
| | **на уровне навыков:** основные методы решения дифференциальных уравнений. |

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

**Объем дисциплины**

Дисциплина Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения» составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа (54 астрономических часа)

На контактную работу с преподавателем выделено 32 академических часа (24 астрономических часа), из них 16 академических часов (12 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 академических часов (27 астрономических часов) для очной ф/о;

На контактную работу с преподавателем выделено 24 академических часа (18 астрономических часов), из них 8 академических часов (6 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 44 академических часа (33

астрономических часа) для очно-заочной ф/о.

**Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной, очно-заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.О.02 «Математический анализ», Б1.О.03 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом зачет.

## 3. Содержание и структура дисциплины

### 3.1. Структура дисциплины

***Очная форма обучения***

| № п/п | Наименование тем | Объем дисциплины, ак. час. | | | | | | Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | СРО | |
| | | | Л/ ДОТ | ЛР/ ДОТ | ПЗ/ ДОТ | КСР | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | *К,Кол* |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | | | *За* |
| Всего: | | **72** | **16** | | **16** | | **36** | |

***Очно-заочная форма обучения***

| **№ п/п** | **Наименование тем** | **Объем дисциплины, ак. час.** | | | | | | **Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Всего** | **Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий** | | | | **СРО** | |
| | | | **Л/ ДОТ** | **ЛР/ ДОТ** | **ПЗ/ ДОТ** | **КСР** | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 8 | - | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | *К,Кол* |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | - | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | - | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | - | | 2 | | 6 | *К,Кол* |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | *К,Кол* |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | | | *За* |
| Всего: | | **72** | **8** | | **16** | | **44** | |

Используемые сокращения:

Л – занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях, обучающимся).

ЛР – лабораторные работы (вид занятий семинарского типа).

ПЗ – практические занятия (виды занятий семинарского типа, за исключением лабораторных работ).

КСР - индивидуальная работа обучающихся с педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях (в том числе индивидуальные- консультации)

ДОТ - занятия, проводимые с применением дистанционных образовательных технологий, в том числе с применением - виртуальных аналогов профессиональной деятельности.

СРО – самостоятельная работа, осуществляемая без участия педагогических работников организации и (или) лиц, привлекаемых организацией к реализации образовательных программ на иных условиях.

*Примечание:*

** *– формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

*** *- формы промежуточной аттестации: зачет (За).*

**3.2. Содержание дисциплины**

**Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

**Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.**

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

**Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.**

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

**Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.**

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая

прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

**Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.**

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

**Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.**

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

## 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

**4.1.** В ходе реализации дисциплины (индекс, наименование) используются следующие **методы текущего контроля успеваемости** обучающихся:

| Тема | Методы текущего контроля успеваемости |
|---|---|
| Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 7. Системы линейных разностных уравнений. | Контрольная работа<br>Коллоквиум |
| Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных | Контрольная работа<br>Коллоквиум |

| | |
|---|---|
| уравнений. | |

### 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

**Типовые оценочные материалы по теме 1. «Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

2. Найти общее решение: $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

3. Найти общее решение: $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли..

**Типовые оценочные материалы по теме 2. «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Найти общее решение: $y''' + 5y'' + 4y' = 0$

2. Найти общее решение: $y'' - 2y' = 2x - 8$

3. Найти общее решение: $y'' + 4y' + 5y = 40\cos 3x$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

**Типовые оценочные материалы по теме 3. «Системы линейных дифференциальных уравнений»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Методом исключения найти общее решение системы ($y = y(x), z = z(x)$):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы: $\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..

**Типовые оценочные материалы по теме 4. «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость: $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$

2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y): $\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение: $\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4 + 8x} - 2e^{y} \end{cases}$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению..

**Типовые оценочные материалы по теме 5 «Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1} y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

**Типовые оценочные материалы по теме 6. «Линейные разностные уравнения второго порядка»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка: $y(k+2)+y(k+1)-2y(k)=0$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение второго порядка: $y(k+2)-y(k)=\cos k$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

**Типовые оценочные материалы по теме 7. «Системы линейных разностных уравнений»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго порядка: $\begin{cases} x(k+1)=-6x(k)+8y(k), \\ y(k+1)=-4x(k)+6y(k). \end{cases}$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений: $\begin{cases} x(k+1)=-2x(k)-y(k)+7k-1, \\ y(k+1)=-4x(k)-5y(k)+2. \end{cases}$

3. Найти решение разностной задачи Коши: $\begin{cases} x(k+1)=3x(k)+y(k)+2k+2, \\ y(k+1)=2x(k)+4y(k)+2k+1, \\ x(0)=y(0)=0. \end{cases}$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

2. Решение подстановкой.

3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения..

**Типовые оценочные материалы по теме 8. «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных уравнений: $\begin{cases} x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8, \\ y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k). \end{cases}$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:
$\begin{cases} x(k+1) = -\frac{1}{2}y(k) + \cos k\,, \\ y(k+1) = y(k) + y(k) + \sin k\,. \end{cases}$

**Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

**Критерии оценивания результатов коллоквиума**

Коллоквиум проводится на практических занятиях в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся.

Преподаватель задает несколько (4-5) кратких вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно:

Оценка «Отлично» выставляется студенту, если вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, если вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, если вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, если ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен.

По итогам ответов на каждый вопрос выставляется общий балл за коллоквиум.

**Критерии оценивания контрольных работ**

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами.

Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Каждое практическое задание оценивается отдельно.

Оценка «отлично» ставится, если учащийся выполнил задание в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий и требований нормативных правовых документов.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета в задании.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил задание не полностью; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

По итогам проверки каждого практического задания выставляется общий балл за выполнение контрольной работы.

## 5.Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

**5.1. Зачет проводится** с применением следующих методов (средств): устный опрос.

**5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации**

| Компонент компетенции | Промежуточный индикатор оценивания | Критерий оценивания |
|---|---|---|
| ПКр ОС II –1.1.1 Учится применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения. | ПКр ОС II – 1.1 Применяет дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов | Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений |

**Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации**

**Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету**

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.

2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

4. Линейное уравнение первого порядка.

5. Метод вариации постоянной.

6. Уравнение Бернулли.

7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).

8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.

9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.

16. Вариация постоянных.

17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).

19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равнове-сия по линейному приближению.

20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

28. Решение подстановкой.

29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

**Шкала оценивания.**

| **Критерий оценивания** | **Оценка** |
|---|---|
| Демонстрирует знания в предметной области дисциплины. Четко и полно отвечает на поставленные вопросы, аргументирует суждения. | **Зачет** |
| Не усвоена большая часть теоретического материала по теме. Наличие существенных затруднения в аргументации выводов | **Не зачет** |

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### Методические указания по выполнению контрольных работ

Данный вид работы проверяет:

1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;

2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;

3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;

2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;

3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;

4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

### Методические указания по подготовке к коллоквиуму

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;

2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;

3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

**Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;

2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;

3) тщательно изучить лекционный материал;

4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

а) получение книг в научном абонементе;

б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;

в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

## 7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет

### 7.1. Основная литература

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126716

2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-

библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/52071.html

3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/70755

**7.2. Дополнительная литература**

1. А. Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математических направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007

2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

**7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация**

Не предусмотрено.

**7.4. Интернет-ресурсы**

Не предусмотрено.

**7.5. Иные источники**

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа, учебник, М. :ФИЗМАТЛИТ, 2002.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.

3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.

4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.

5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004

6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.- М.:200

7. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/413994

## 8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо материально-техническое обеспечение учебных аудиторий (наглядными материалами, экраном, мультимедийным

проектором с ноутбуками (ПК) для презентации учебного материала, выходом в сеть Интернет, программными продуктами Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint)) в зависимости от типа занятий: семинарского и лекционного типов, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для самостоятельной работы обучающимся необходим доступ в читальные залы библиотеки и/или помещение, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду организации и ЭБС.

**Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. www.biblio-online.ru –Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт;
2. http://www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. https://e.lanbook.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. https://new.znanium.com Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
5. https://www.ibooks.ru - Электронно-библиотечная система «IBOOKS.RU».
6. https://grebennikon.ru - Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников».
7. https://dlib.eastview.com – «East View» Полные тексты российских научных и практических журналов, а так же газет центральной прессы России.
8. https://elibrary.ru/defaultx.asp? - Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.
9. https://www.jstor.org - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
10. https://elibrary.worldbank.org - World Bank eLibrary - электронная библиотека Всемирного Банка.
11. https://link.springer.com - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.
12. https://academic.oup.com/journals?login=true - Доступ к новым выпускам и архиву журналов Издательства Оксфордского университета Oxford Academic;
13. https://journals.sagepub.com - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.
14. https://www.elibrary.imf.org - IMF eLibrary Книги издательства Международного валютного фонда, а также макроэкономические и финансовые данные.
15. https://brill.com - BRILL. Доступ к коллекциям справочников международного издательства Brill.

16. https://muse.jhu.edu/journal/52 - Brookings Papers on Economic Activity. Доступ к журналу по макроэкономике издательства Брукингского института.

17. https://cepr.org/content/discussion-papers - CEPR Discussion Papers. База дискуссионных документов по итогам исследований, проведённых научными сотрудниками Центра исследований в области экономической политики (CEPR).

18. https://www.journals.uchicago.edu - Chicago Journals. Доступ к новым выпускам и архиву журналов Издательства Чикагского университета.

19. https://www.cambridge.org/core/ Cambridge Core. Полнотекстовая база научных статей и книг ведущего мирового академического издательства Cambridge University Press.

20. https://www.sciencedirect.com - SCIENCE DIRECT. Полные тексты журналов и справочников Handbooks издательства Elsevier

21. https://onlinelibrary.wiley.com - WILEY. На платформе Wiley доступны выпуски 1500 академических журналов разных профилей, изданных Wiley Periodicals в 2015–2019.

22. https://link.springer.com/referencework/10.1057/978-1-349-95121-5 - New Palgrave Dictionary of Economics. Словарь, энциклопедия, ежеквартально обновляемый справочник по экономике.

23. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/49-ebsco-publishing - EBSCO Publishing. EBSCO. Издания по экономике, бизнесу, менеджменту, социологии, политологии, информатике и др.

24. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/78-arkhivy-nauchnykh-zhurnalov - NEICON. Архив научных журналов» состоит из статей, вышедших в журналах издательств: Annual Reviews, Cambridge University Press, Oxford University Press, Sage Publications, Taylor & Francis.

25. https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic - SCOPUS. Реферативная база, являющаяся указателем научного цитирования

26. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/74-scival - SCIVAL. Аналитическая система, предназначенная для анализа публикационной активности в библиографической базе данных Scopus.

27. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/russkoyazychnye-resursy/56-cbonds-ru Cbonds.ru. Информационно-аналитический портал финансовых данных информационного агентства Cbonds.

28. https://www.oecd-ilibrary.org OECD ILIBRARY. Аналитическая и статистическая информация по экономической, социальной и экологической областям.

29. https://spark-interfax.ru Система профессионального анализа рынков и

компаний «СПАРК»

30. https://megapro.ranepa.ru/MegaPro/Web - электронный каталог научной библиотеки РАНХиГС;

31. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс».

32. Электронный периодический справочник «Гарант».